

Matrizes Semelhantes

Professor: Gabriel Miranda

Resumo

Definição

Seja $T: V \rightarrow V$ um operador linear. Se A e B são bases de V , temos que:

$$[T]_B = ([I]_A^B)^{-1} \cdot [T]_A \cdot [I]_A^B \therefore [T]_B \text{ é semelhante à } [T]_A$$

Obs.: $[I]_A^B = A^{-1} \cdot B$

Ex.1: Seja $A = \{(1,2), (4,9)\}$, $B = \{(1,0), (0,1)\}$

Resolução:

$$[I]_A^B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Propriedade:

$$\det[T]_B = \det[T]_A$$

Ex.2: $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$; $A = \{(3,4), (5,7)\}$; $B = \{(1,1), (-1,1)\}$; $[T]_A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Calcule $[T]_B$.

Resolução:

$$[T]_B = ([I]_A^B)^{-1} \cdot [T]_A \cdot [I]_A^B$$

$$[I]_A^B = A^{-1} \cdot B$$

$$[I]_A^B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -12 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$([I]_A^B)^{-1} = \begin{bmatrix} 7/2 & 6 \\ 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T]_B = \begin{bmatrix} 7/2 & 6 \\ 1/2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -12 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$$